イプシロン　2022. Vol.64, 27 − 37

インフォーマルな表現からプリフォーマルな表現への移行とそれらの理解を支える割合指導

愛知教育大学　**山　田　篤　史**
名古屋市立大清水小学校　**木　下　　　匠**

1．はじめに

筆者の一人は，これまで，表現研究の立場から，本誌『イプシロン』の 58・59・62 巻で，割合に関する諸概念の指導の困難性や方向性，更には，それらの概念形成を下支えする表現や活動について議論してきた(山田, 2016; 2017; 2021)。そこでの議論は，第５学年の教科書の「×小数，÷小数」の単元に数多く掲載される比例数直線，あるいは，それらの単元に先立つ第４学年の「倍を表す小数」の単元に数多く掲載される図１のような２つのテープとそれらの倍関係を示す図が，必ずしも児童に十分に理解されているわけではない，という問題意識を背景にするものであった。例えば，図１は，平成 24 年の全国学力・学習状況調査の算数Ａ$\boxed{3}$（文部科学省/国立教育政策研究所, 2012)において，「赤いテープの長さは 120cm です。赤いテープの長さは，白いテープの長さの 0.6 倍です」という状況が示される中で，赤と白のテープの長さの関係を正しく表している図を４択の中から選ばせる問題の一部として出された図だが，正答率が 34.3%に留まった実態などは，その典型であろう。

こうした図１のような教科書で与えられがちな図が，児童の概念理解や問題解決にとって必ずしも有効に機能していないのではないかという問題意識は，図２の「氷山モデル」(Webb *et al*., 2008)を背景にしている。「氷山の先端(top of the iceberg)」であるフォーマルな数学的表現（図２の事例では，先端の 3/4）の理解を支えるためには，水中上層部にある線分図などのプリフォーマルな表現や，更にそれらの理解を支える水中下層部にあるリンゴの分割表現のようなインフォーマルな表現など，水面下にかなりの「浮力を生み出す容積(floating capacity)」を必要とする，というのがこのモデルが示すところである。その意味で，児童自らが創り出したというより教科書から与えられがちな図１のようなテープ図（プリフォーマルな表現）に基づいて倍関係を理解するには，相応のインフォーマルな表現による下支えが必要だろうし，そうでなければ，プリフォーマルな表現に基づくフォーマルな式表現による理解も覚束ないだろうというのが，このモデルが示唆するところであろう。

こうした児童の実態と問題意識を踏まえて，前稿(山田・木下, 2022)では，図１のような図に基づく倍概念の理解，及び児童のインフォーマルな倍概念の表現について調査を行った。具体的に，前者の問題としては，図１の平成 24 年全国学力・学習状況調査算数Ａ$\boxed{3}$ と同じ問題を使用したが，結果は全国学力・学習状況調査と同様で，この種の図は，調査クラスの児童の倍・割

合の理解・問題解決に有効に機能していないようであった。また，後者に関しては，「『黒のテープの長さは，白のテープの長さの３倍』と『黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍』について，絵や図や言葉や式などを使って説明して下さい」という自由記述の問題を使用したが，２量間の関係を捉える所に困難が伴うためか，白黒のおもりの重さの関係を説明する際に「３倍」のような数的関係表現を欠いてしまう解答が一定数みられたり，調査クラスの使用教科書の影響故か，おもりの重さの関係の説明では関係図（図３）に類する図を用いた説明が多く見られたりするなどの結果が得られた。そうした結果を踏まえ，前稿では，正式な割合指導の前に児童が持っていると想定されるインフォーマルな表現からプリフォーマルな数学的表現への移行を促す指導の在り方について若干の教育的示唆を与えることもできたが，その具体的な実践の検討は今後の課題となった。

そこで，本稿では，前稿と同じ調査問題を使用して正式な割合指導に先立って児童が持っていると想定される倍・割合に関するインフォーマルな表現やプリフォーマルな表現を調査し，その結果に基づく指導を計画・実施し，更に，それが児童の倍・割合理解にどのような効果をもたらすかについて検討していくことにする。

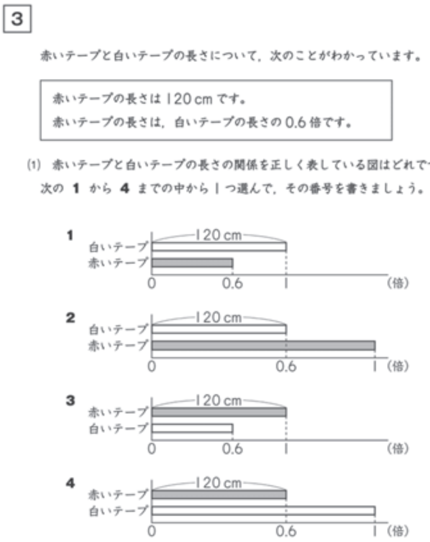

図１：２つのテープとそれらの倍関係を表す数直線(文部科学省/国立教育政策研究所,2012,p.186)

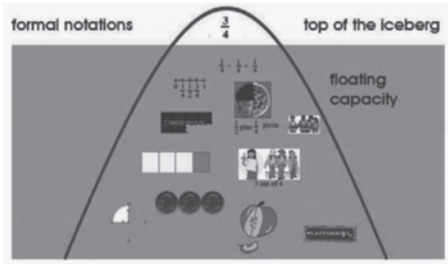

図２：氷山モデル (Webb他, 2008, p.111)

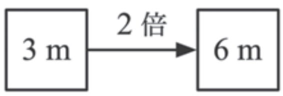

図３：関係図

２．指導前の調査

２．１　調査問題

本研究では先ず，令和４年７月の夏休み直前に，教科書に従った正式な割合指導に先立って，次の２つの問題を，ある公立小学校の５年生の児童（N=33 人）に解答してもらった。

第１問は，「『黒のテープの長さは，白のテープの長さの３倍』と『黒のおもりの重さは，白の

おもりの重さの３倍』について，絵や図や言葉や式などを使って説明して下さい」という自由記述の問題である。ここでは「倍」という用語についての児童の素朴なイメージや，それに伴うインフォーマルな表現を，「倍」についてのある程度の指導を経ているため，プリフォーマルな表現も含んで問う問題になっている。なお，テープの長さの倍関係についてはテープ図をかくことが容易に想像できるが，おもりの重さの倍関係については，おもりの「重さ」は直接的には不可視であるため，児童のインフォーマルな表現が表出しやすいと考えている。

第２問は，図１の平成 24 年全国学力・学習状況調査の算数A $\boxed{3}$ を，そのまま出題した。なお，オリジナルの問題は，図１部分（それが(1)番）に続いて「白いテープの長さを求める式を書きましょう。ただし，計算の答えを書く必要はありません」という問題が(2)番として付随しており，本研究でも同様に出題した。この４択問題の正答率が高いのであれば，少なくとも本稿の調査クラスにおいては，この種の図を適切に解釈できていることになるし，それに伴って立式問題の正答率が高いのであれば，図が有効に機能している可能性も高いことになるため，その点を調査するというのが出題の意図になる。なお，図１のような類の図は，第４・５学年の「小数倍」「何倍かを表す小数」「割合を表す小数」等の単元・節に掲載される図であり，図自体は，調査クラスの児童も（少なくとも教科書紙面上では）見たことがあるものになっている。

以上，問題と出題順序は上記の通りであり，これらは前稿(山田・木下,2022)で調査した３問のうちの２問と同一問題である。

２．２　調査結果

(1) 「テープの長さ」の問題の結果

第１問の「黒のテープの長さは，白のテープの長さの３倍」であることを自由記述で説明させる問題に関しては，予想に反して（前稿の結果とは異なり），テープ図あるいはテープに類する絵図を実際にかいての説明（本稿では「テープ図」として一括して扱うことにする）は約半数に留まり（33名中16名），関係図（及びそれに類似する図）だけ及び関係図を含めてかいて説明した児童が23名とかなりの割合を占めた。そうした両者をかいての説明の典型例が，下の図４である。

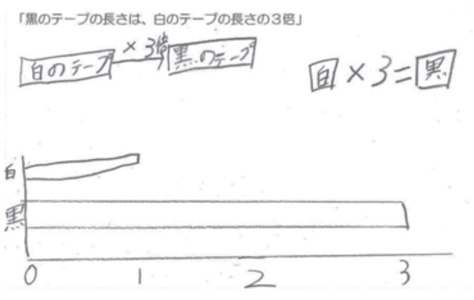

図４

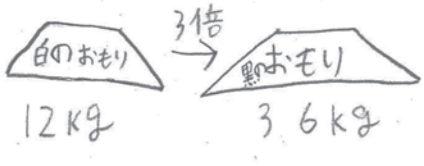

図５

(2) 「おもりの重さ」の問題の結果

第１問の「黒のおもりの重さは，白のおもりの重さの３倍」であることを自由記述で説明させ

る問題に関しても，テープの長さに関する問題と同様に，関係図を使用したり，おもりの絵を描きつつも関係図的にかいて説明したりする解答が多く（例えば，上の図５はその典型），関係図を使用するという傾向は本問の方が顕著に出ることになった（33 名中 30 名）。

(3) 第２問の結果

第２問は，平成 24 年度全国学力・学習状況調査の算数Ａ $\boxed{3}$ と同一問題であるため，全国学力・学習状況調査と比較可能な形で結果をまとめてみよう。

先ず，４択問題の(1)番では，誤答の３番を選択する割合が高く(20/33≒60.6%)，正答の４番を選択する割合がそれに続く（8/33≒24.2%：調査クラスの正答率）という傾向は同じと見てよいだろう（全国学力・学習状況調査の反応率は，３番が 50.9%，４番が 34.3%）。

次に，図１の問題場面で，「白いテープの長さを求める式を書きましょう」と問う(2)番では，「120÷0.6」という正答が 14/33≒42.4%（「□×0.6=120」という正答も含めると調査クラスの正答率は 45.5%になる），「120×0.6」という誤答が 15/33≒45.5%であった。全国学力・学習状況調査でも，前者（正答）は 41.0%，後者（誤答）は 48.6%であり，この問題でも反応率の傾向は似たものになった。なお，「120×0.6」という誤答の中には，「120×0.6=72」という計算結果を出している（そしてその結果は正しい）誤答が４名いた点には注目してもよいかもしれない。というのも，予め問題文から赤白のテープの長短を把握しておく，あるいは，計算結果を問題場面に当てはめて白テープの方が短くなることの妥当性を評価するなど，計算結果と問題場面との整合性を意識させることで，直ぐに正答に転じそうな児童が一定程度いるという点は，調査クラスの指導を考える上では，重要な情報と考えられたからである。

また，前稿及び全国学力・学習状況調査と同じく，両問題でのクロス集計を行ったのが表１である。表１を見る限り，(1)番と(2)番の正誤には，関連性は無いと見てよく[注 1]，多くの児童にとって，やはり図１のような図は，児童には必ずしも有用なものとはなっていないことが伺えるものであった。

表１：調査クラスにおける第２問の(1)番と(2)番のクロス集計

		(2)		
		正答	誤答	合計
(1)	正答	2	6	8
	誤答	13	12	25
	合計	15	18	33

３．指導の構成と実施

３．１　指導の構成の方針と実施単元・時期

前節のような事前調査の結果から，調査クラスの児童は，既に関係図という特定のプリフォーマルな表現に一定程度慣れ親しんでいることが伺えるが，実際の立式や問題解決に当たっては，その図を十分に利用できているとは限らないことも伺える。特に，事前調査第１問のおもりの重

さの倍関係を説明させるような問題でも，関係図やその類似表現を使用していた点は，具体的な指導を考える上で重視すべき点である。そこで，本研究では，関係図に対する理解を下支えする可能性のあるインフォーマルな表現の利用の仕方を幾つか提示し，児童が，そうしたインフォーマルな表現を，直接的に利用して問題場面の理解を図ったり，間接的に利用して関係図の構成を図ったりできるような指導を構成してみることにした。

ただし，その指導をどこで行うかは問題になる。調査クラスが使用する算数教科書（以下「使用教科書」と略記する）では，５年生の正式な割合指導の直前に，商分数を指導する単元があり，その単元内に「分数倍」（倍を表す分数）という節があるが(清水他, 2020)，教科書紙面には，図１のようなテープ図と図３のような関係図が掲載されている点が特徴的である。そこで，次の割合の単元の指導との連続性を意識できるよう，「分数倍」の節を商分数の単元の最後に扱いながら，以下に示すような，テープ図や関係図に対する理解の下支えをするようなインフォーマルな表現を導入するような指導を構想し，実際，令和４年 12 月初旬に授業を行った。なお，授業者は筆者の一人であった。

３．２　整数倍（整数倍の求め方）の復習を利用した４つの表現指導

使用教科書の「分数倍」の節では，先ず「赤，青，黄，白の４本のテープがあります。〈テープの長さ〉赤 30cm，青 20cm，黄 10cm，白 15cm」(pp.166-117)という問題場面が提示され，最初に「(ア)赤のテープは，白のテープの長さの何倍ですか」という問題が提示される（授業では，教科書のテープ図は，黒板の上のモニタに提示された）。この問題は，整数倍の求め方の復習問題に相当し，殆どの児童は，立式を伴うこの問題を解決出来ると想定されるし，実際の授業でもそうであった。実際の授業では，児童と共に「〈式〉30÷15=2　〈答え〉2 倍」という結果を導くことに続いて，以下に示す①〜④の４つの表現に基づくこの種の問題の考え方を提示・指導し，それを「(イ)青のテープは，白のテープの長さの何倍ですか」という１より大きな分数倍を求める問題と「(ウ)黄のテープは，白のテープの長さの何倍ですか」という１より小さな分数倍を求める問題で繰り返したのである。それら４つの表現に基づく指導は，次の通りである。

①「関係図」のかき方と□を使った式による立式

使用教科書には，図３のような関係図が頻繁に登場し，担任の教師（筆者の一人）もこれまでの授業の中で，この種の図を使用してきた。本授業では，先ずそれに「関係図」という名前を導入し，その図を，問題場面及び立式し答えも確認された式と照合しつつ解釈できるよう，そしてそのかき方も理解できるよう，下の図６のような手順でかきながら説明したのである。具体的には，教師が，問題の疑問文を文節毎に区切り，1)「赤は…」，2)「白の…」と発言しながら板書し，「この後，何するか分かる？」と発問しながら，児童から「何倍？」という発言を引き出した。更に「何倍ってどうするの？」と揺さぶり，白と赤を繋げる線分を描くような児童のジェスチャーを取り上げて，その矢印及び「何倍？」の部分を板書し，「何倍するか分からないときには，いつも何にするといいかっていうと…」と発問して，児童から「四角（□）」という発言を引き出し，3)までを板書した。その後，既に立式済みの式（30÷15=2）を参照しつつ「実際の

長さをここに当てはめてみると…」と発言してから 4)を，更に，児童に「『何かをかけて』を使うと…」と問いかけ，児童とやり取りをしながら「15×□=30」を立式し（その式を 30÷15=2 と結び付けて），5)を完成させたのである。この指導の流れは，謂わば，問題の疑問文に沿って問題場面を関係図に翻訳し，それに基づいて□を使った式に翻訳するという二重の作業になるが，調査クラスでは，この場面の授業は非常にスムーズに進行した。

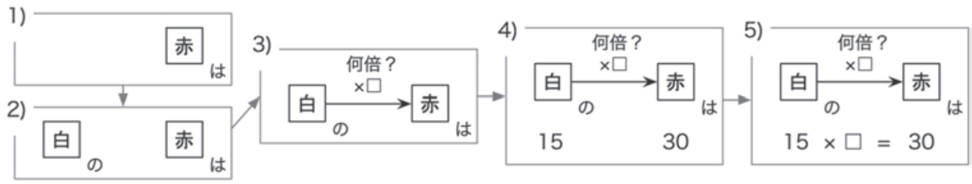

図６：本授業における関係図の解釈を支えるための図のかき方の説明

② 問題文の言いかえ

次に，こうした関係図を下支えするインフォーマルな表現として，問題文を自分の分かり易い言い方に言いかえてみるというアイデアを導入した。具体的には，板書されている「赤のテープは，白のテープの長さの何倍？」を「赤は白から見ると何倍？」と言いかえてみようと教師が提案し，どちらが分かりやすいかを児童に問うたのである（結果は半々程度であった）。児童からは，他にも「赤は白の何倍？」といった文をより短くする案も出たが，積極的な言いかえ案が出てこなかったため，教師から「白を何倍したら赤になるか？」という案も提示し，クラスからの賛同を得ることができた。そして，最後に，それぞれの言いかえ案を先の関係図と関連づけながら読み，問題場面の把握が難しかった場合の方略としての位置付けを強調した。

③ 関係図の構成法・代替としてのジェスチャー

３番目のインフォーマルな表現は，４月当初からある児童が自身の席から黒板の考え方や（関係）図を説明する際に用い始め，調査クラスでは，既に一定程度使用されており，その用語も定着していた「ジェスチャー」である。今回の授業では，このジェスチャーを板書にある関係図のかき方と対応させて，クラス全体で，図７のようにまとめていった。

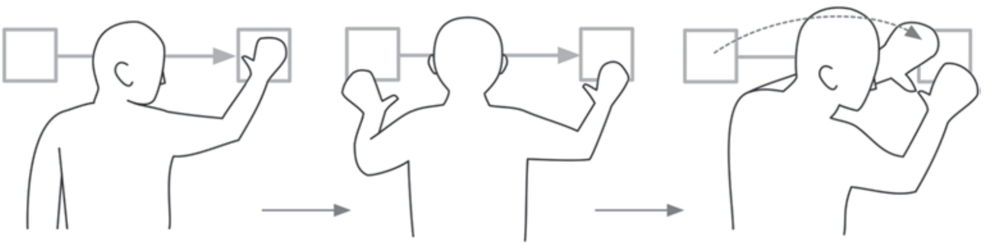

図７：本授業における関係図の解釈を支えるためのジェスチャー表現

前節で見たように，調査クラスの児童には，既に関係図というプリフォーマルな表現がある程

度浸透していたが，それが有効に機能していたかには疑問が残る結果であった。そもそも図３のような関係図自身は，２量間の比例関係を利用できる比例数直線や，２量間の大小関係を利用できる図１のようなテープ図とは異なり，純粋に２量間の繋がりだけを表現し，両者間の「倍」関係は矢印上の文字で表現してしまうという，ある意味では式に非常に近いものであるため，図の構成・解釈は，それなりに困難だと考えられる。しかし，逆に，□さえ使用できれば，式との親和性は非常に高く，しかも，「倍」という用語によって，あらゆる場面をかけ算場面と解釈し，□を使ったかけ算の式で記述することで，児童の苦手な割り算による直接の立式を絶妙に迂回することができる点は有利な点である。本授業のようなジェスチャーは，単なる関係図のかき方の覚え方に類するものと捉えられるかもしれないが，既に児童が知っているプリフォーマルな表現としての関係図の理解と利用を下支えし，しかも，クラスでのやり取りの中でまとめられたものとして，一定程度尊重されてよいものであるように思われる。そして，実際の授業でも，この場面は，非常に盛り上がった場面であった。

④ インフォーマルな表現によるテープ図解釈の補完（にらめっこ図の導入）

４番目は，図１のようなテープ図を縦にして，２量の大きさを実際の事物の高さに見立てて比較できるようにしつつ，「基準量から比較量を見る」という活動的表現に基づいて倍や割合を解釈・構成できるようにした図の導入である（図８）。この図は，「にらめっこ図」や「背比べ図」と呼ばれる図だが, 例えば, 考案者の石原(2018)の近年の著書では前者で呼ばれており, 銀林(2008)では後者で紹介されている。本授業では，２つのテープ図に続いて，低い（短い）白テープから高い（長い）赤テープを見上げる「目」を提示し，目線も描いて，最終的に図８のような図を完成させた。教師が作成したマグネット付きの掲示物の「目」は，基準量に対応するもので，この目線の構成が，基準量の把握と倍関係の認識に繋がるものであるし，これは上記②の「白から見ると」という言いかえを具体化したものとも考えられる。また，図８には，図１のような倍を表す数直線も示したが (標準的な「にらめっこ図」よりは図１に近づけたが)，それが無い場合は，基本的な要素としては，関係図の２量の□を実際の大小関係が分かるような図に置き換えねばならないし，目線の構成も自ら描かねばならないとすると，割合学習の初期には有用な図ではあるにしても，児童自らが描く図としては若干煩雑なものであるかもしれない。ただし，その意味で，インフォーマルな表現からプリフォーマルな表現への移行を促す図として機能するかもしれず，本研究では，敢えてこの図を導入することにした。

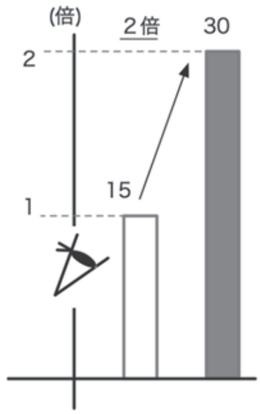

図８：本授業のにらめっこ図

３．３　１より大きな分数倍と１より小さな分数倍における①～④の表現指導の繰り返し

実際の授業では，約 20 分間で，問題(ア)に対する①～④の指導を行った。先に述べたように，

これに引き続き，「(イ)青のテープは，白のテープの長さの何倍ですか」という１より大きな分数倍を求める問題と「(ウ)黄のテープは，白のテープの長さの何倍ですか」という１より小さな分数倍を求める問題で，立式による解決を行いながらも①〜④の指導を行い，最後に，黒板の上のモニタに映し出された４本のテープ図に倍を表す数直線を加えた教科書のまとめの図（図９）をもとに，白テープを１（倍）としたとき赤・青・黄テープが何倍になっているかを分数でも表現できることを確認して，約45分の授業を終えた。

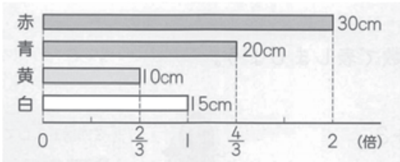

図９：モニタのテープ図(清水他，2020,p.167)

３．４　その後の割合単元の指導

調査クラスにおける使用教科書では，この直後に「割合」の単元が来るため，その後は使用教科書に沿って，教科書の標準配当時間通りに授業が進められた。割合単元の授業は，特段指導の工夫を盛り込むことをせず，使用教科書の順序で，通常通りの授業を進めることにした。最後の問題演習を除く全８時間の授業の内容は,「１時間目：割合の意味と「もとにする量」「比べる量」という用語の導入」「２時間目：割合の求め方（第１用法)」「３時間目：くらべる量の求め方（第２用法)」「４時間目：もとにする量の求め方と問題づくり（第３用法)」「５時間目：百分率の意味と計算」「６時間目：割合が百分率で表された問題の解決」「７・８時間目：割合の和や差を考えて解く問題（値引きや増量の問題)」であった。

授業は，筆者の一人が通常通り行う授業であったが，問題場面の理解や見通しを立てるとき，また，自力解決をするときなどには，図をかいて考えることが推奨され，（２時間目には①〜④がバランスよく取り上げられたものの）児童が自発的に使用する考えやすい図や考え方で授業を進めるようにしたため，結果的には，関係図とジェスチャー（①と③）の組合せが取り上げられる機会が多くなった。

４．事後調査とその結果

割合単元の終了後，第１回目の事後調査として，事前調査の第２問と同一の問題（問題場面を示す適切なテープ図を選ぶ４択問題である(1)番と基準量のテープの長さを求める式を書かせる問題の(2)番）を児童に解いてもらった。また，アンケート調査として，それと同時に，(2)番の式を考えるとき「関係図」「問題を言いかえた」「ジェスチャー」「テープ図」「その他」のどれで考えたかを質問し，複数回答可で回答してもらった。

事前調査と比較可能な形で結果をまとめたものが，下の表２である。全体的な結果を見てみると，(1)番の正答率が8/33（≒24.2%）から10/30（＝30%）へと，また，(2)番の正答率が15/33（≒45.5%）から16/30（≒53.3%）へと若干増え，それに伴って両方に正答する児童も増えたが（2/33≒6.1%→5/30≒16.7%)，大きな変化には繋がらなかったとも言える。

また，(2)番を考える際に，どのような表現を使ったかの質問には，関係図が22名，問題の言

いかえが 3 名，ジェスチャーが 23 名，テープ図が 6 名であり，しかも，関係図とジェスチャーを同時に選んだ児童は 17 名であった。

表２：調査クラスにおける第 1 回事後調査の(1)番と(2)番のクロス集計

		(2)		
		正答	誤答	合計
(1)	正答	5	5	10
	誤答	11	9	20
	合計	16	14	30

このように半数以上の児童が関係図とジェスチャーを同時に選んでいたのだが，実際，児童の解答用紙を見てみると，解答用紙の余白に関係図をかいている児童は 11 名いた。そして，そうした児童の(2)番の正答率は 7/11（≒63.6%）であり，全体の正答率 16/30（≒53.3%）より高かったのである。そこで，冬休みを挟んだ令和 5 年 1 月初頭に，第 2 回目の事後調査として，事前調査及び第 1 回目事後調査問題の問題場面，つまり「赤いテープの長さは，120cm です。赤いテープの長さは，白いテープの長さの 0.6 倍です」だけを提示し，その上で「白いテープを求める図と式をかきましょう」と問うて，図と式だけをかかせる問題を解答してもらったのである。

その調査結果で第 1 に注目すべきは，問題で図の種類を指定しなかったにもかかわらず，調査クラスの 33 名全員が関係図をかいてきた点である。次に，正誤の結果をクロス集計してまとめたのが表 3 であり，Fisher の正確確率検定によると，図と式の正誤に関連があるとは言えないようだが（p=0.137），それでも立式の正答率は 25/33（≒75.8%）と，かなり高くなった印象がある。例えば，事前調査における(2)番の正答率は 15/33（≒45.5%）であり，両方のテストに解答した 32 名による McNemar 検定の結果は p=0.044 であるため，事前調査に比べれば，立式の正答率は高くなったと言えるかもしれない。ただし，第 1 回事後調査の(2)番の正答率は 16/30（≒53.3%）であったし，この調査と対応付けた McNemar 検定の結果は p=0.121 であるため，控えめな評価が妥当なところかもしれない。

表３：調査クラスにおける第 2 回事後調査の図と式のクロス集計

		式		
		正答	誤答	合計
図	正答	22	5	27
	誤答	3	3	6
	合計	25	8	33

５．まとめの議論と今後の課題

本稿における①〜④の指導は，割合に関するプリフォーマルな表現の全面的な理解を促し，そこからフォーマルな表現への移行を積極的に促すようなものとして構想されたものではなかったが，実際，そのような画期的効果を生み出すことはなかった。また，プリフォーマルな表現を図

１のようなテープ図に限定したとしても，表２の結果を見る限り，その理解の促進には貢献しなかったようだ（(1)番の正答率は 10/30=30%と大幅に改善したわけではなかった)。

しかし，調査クラスの児童は，インフォーマルな表現が表出しやすいと思われる問題場面の説明においてもプリフォーマルな表現である関係図やそれに類する絵図を使いがちである，という事前調査から得られた情報を基に構想した，②や③のようなインフォーマルな表現による関係図の理解，更には，その図からの立式を促す指導は，少なくとも調査クラスの児童に対しては，一定程度の効果を発揮したのではないかと考えられる。

というのも，第１に，図１の平成 24 年全国学力・学習状況調査の算数A $\boxed{3}$ の(2)番，つまり割合問題では比較的難しいとされる第３用法に関する問題の立式において，その正答率がかなり上昇した点にある（15/33 → 25/33≒75.8%)。確かにここには，２週間強の時間経過はあるものの，２回の事後調査で同一問題が使われたことによる学習効果があるかもしれない。しかし，その効果があったにせよ，この正答率は全国学力・学習状況調査の結果（41.3%）に比しても十分高いものであり，次の点と考え合わせて，「分数倍」の節で行った授業が一定程度の効果をもたらしたと考えられるものであろう。

第２に，本研究における①～④の指導を行った「分数倍」の授業と，それに続く「割合」単元における関係図とジェスチャーが頻繁に取り上げられた一連の授業によって，第２回事後調査の結果のように，児童は図の種類を指定されなければ関係図をかくのがデフォルトになっており，しかも，児童の 27/33 ≒81.8%が正しい図をかけている点は評価されてよいだろう。これは，フォーマルな表現に至る前のプリフォーマルな表現までであれば，多くの児童が，問題場面を表す文章を適切にプリフォーマルな表現に翻訳できることを意味している（実際には，22/33 は図と式の両者で正答している)。しかも，第１回の事後調査とそこでのアンケート調査から分かるように，図１のようなテープ図があったとしても，調査クラスの児童は，立式に際してジェスチャーを使用する傾向が高く（23/30)，関係図とジェスチャーを同時併用する傾向も高いのであるから（17/30)，図７のようなジェスチャー表現の定式化は，インフォーマルな表現からプリフォーマルな表現である関係図の解釈を下支えしている（少なくとも，そのかき方を直ぐに記憶から取り出せるようにした）可能性は高いと考えられるのである。

このように，本稿 3.2 節で構想した①～④の指導を組み入れた指導は，適用できる児童やその効果に関して一定の条件はあるものの，インフォーマルな表現からプリフォーマルな表現への移行を促し，それらの表現に基づく割合理解を促す指導の工夫として，調査クラスの児童に一定程度の効果を発揮したと考えられる。ただし，より前の学年段階からの系統だったインフォーマルな表現からプリフォーマルな表現への移行を促す指導の検討，①～④とは異なる指導の工夫の開発，実験授業後の「割合」単元における指導の影響の検討，効果の検証（事後調査）に関する方法論の検討等々，検討を重ねるべき課題は山積しており，それらは今後の課題としておくことにする。

注

［注 1］度数 2 のセルがあるためカイ 2 乗検定は不適と考えられるため，R で Fisher の正確確率検定を行ってみたところ，p 値は約 0.24 と出た。表からほぼ明らかであるが，両者は独立と見てよいだろう。

引用・参考文献

石原清貴(2018). 『算数少女ミカ　割合なんて、こわくない！』. 日本評論社.

銀林浩(2008). 「割合と比例の学び方・教え方：割合や比例を正確に理解することが出発点」. 柴田義松(監修), 銀林浩・秋田敏文(編集), 『算数の本質がわかる授業 6 ：割合と比例』(pp.7-18). 日本標準.

清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭ほか 120 名(2020). 『わくわく算数 5 』. 新興出版社啓林館.

文部科学省/国立教育政策研究所(2012). 『平成 24 年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書』. 文部科学省/国立教育政策研究所. (http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/03shou-gaiyou/24_shou_houkokusyo_ikkatsu_2.pdf)

山田篤史(2016). 「数学教育における表現研究の立場からみた割合指導の困難性と方向性」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***58***, 21-34.

山田篤史(2017). 「表現研究の立場からみた「全体に対する部分の割合」の指導に関する一考察」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***59***, 19-26.

山田篤史(2021).「比・比例・割合の概念形成の一環としてのプリフォーマルな表現の理解を支える諸活動」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, ***62***, 43-52.

山田篤史・木下匠(2022).「第 5 学年の正式な割合指導前における児童の倍・割合の捉え方」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, vol.63, 11-22.

Webb,D.C., Boswinkel,N., & Dekker,T.(2008). Beneath the tip of the iceberg: Using representations to support student understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, **14*** (2), 110-113.

謝辞：本研究は科研費（課題番号：20K02909）の助成を受けたものである。