イプシロン　2022. Vol.64, 102 - 107

数学的な見方・考え方を働かせながら　学びを深める生徒の育成
～　深い学びを位置づけた　3年「相似な図形」の指導を通して　～

岡崎市立葵中学校　**河　上　翔　太**

1　研究概要

（1）主題設定の理由

主体的・対話的で深い学びとは、どのような学びなのだろうか。「主体的」と「対話的」については、多くの授業実践がなされているものの、「深い学び」については、先行研究も比較的少なく、その具体をとらえられないまま指導や評価をしているのが現状である。これでは「深い学び」が実現できるとは到底言えないであろう。そこで、深い学びとはどのような学びなのかを明らかにし、また、そのような学びを実現させるために必要な指導のあり方に焦点をおいて研究することが必要であると考えた。特に、今年度から新しく導入された iPad の効果的な活用方法について考察していきたいと考えた。

（2）目指す生徒像

数学的な見方・考え方を働かせながら　学びを深める生徒

（3）研究の仮説

仮説Ⅰ　数学的な見方・考え方や深い学びを位置づけた単元を構想し、教材や教具、問題の提示の仕方を工夫すれば、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができるであろう

仮説Ⅱ　学びの深まりを意図して発問の仕方を工夫すれば、生徒は数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深めることができるであろう

仮説Ⅰの手立て　　**手立て①　数学的な見方・考え方や深い学びを位置づけた単元を構想する**

生徒が本時で働かせる「数学的な見方・考え方」は何かを具体的な姿で想定し、単元計画の表にまとめる。

手立て②　教材や教具、問題の提示の仕方を工夫する

導入では、方眼紙にかかれた図形を提示し、「同じ形といえるか」「何をもって同じ形と考えるか」を話し合う場を設定する。さらに平行線と線分の比の性質や相似な図形の面積の比などについて調べていく場では、iPad のスクールタクトを活用する。また、スクールタクトを使って数学的な見方･考え方を働く姿を意図して問題を提示したり、作図ソフトを使用したりする。

仮説Ⅱの手立て　　**手立て③　学びが深まるように発問を工夫する**

図形の性質を見出す場面において、帰納的・統合的な考え方を育てるために、図形や式を提示し「気付いたことはありますか」と発問する。また、帰納的・類推的・発展的・演繹的な考え方を育てるために、「どうすれば調べられるか」、「条件が変わっても成り立つか」、「なぜ成り立つと言い切れるのか」などと発問する。

（４）仮説検証の方法

授業記録や生徒のノート、抽出生徒の変容から、手立ての有効性を検証する。単元前後に同一のアンケートを取り抽出生徒の変容を見る。単元に入る前の抽出生徒の実態を【資料１】に示す。

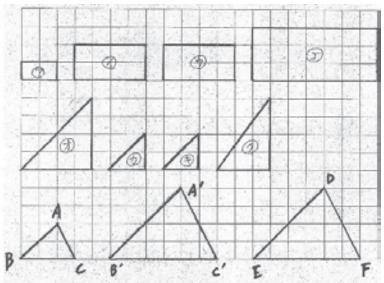
【資料１】単元に入る前の抽出生徒Ａの実態と教師の願い

元気で明るく、係活動や委員会活動にも積極的に取り組むことができる。しかし、数学に対しては苦手意識をもっており、授業中での発言はあまり多くはない。アンケートでは、「数学は少し好き」と答えたものの、「図形の学習は少し嫌い」と答え、その理由として、「図形は、頭の中で図形を想像して解かなきゃいけないから、それが難しいからです」と答えた。生徒Ａが、単元を通して、友達と対話し、数学的な見方・考え方を働かせながら、図形の性質を関連付けてとらえることで、積極的に問題に向き合うようになってほしい。

２　授業実践と考察　～３年「相似な図形」～

（１）第１時　既習事項を使って新たな概念（相似）を創造する

【資料２】



単元の導入では、既習事項を想起することができるように【資料２】を提示し、「㋑と㋒は形が同じだと思うか」と発問した（【資料３】T1)。A6「重ねたときにぴったりと重なる図形」からは、既習事項を想起して、基準をもって「同じ形」をとらえていることが分かる。

次に、生徒が既習事項を使いながら新たな概念（相似）を創造することができるよう、T8「㋒と㋓を見たときに、形が同じだと思いますか」と発問した。なお、㋒と㋓の図形は、生徒の思考を揺さぶるために、あえて縦と横の比が異なっている相似ではない図形となっている（手立て②）。さらに、新たな概念を形成することができるよう、T12「なぜ同じ形だと思いましたか」と発問した（手立て③）。C13からは、どちらも長方形で同じという見方で形を捉えていることが分かる。C15からは、C15が、拡大図ではないから同じ形ではないと考えていることが分かる。また、C18からは、拡

【資料３】第１時　授業記録

T1:㋑と㋒の図形って、同じ形ですか。同じ形だと思う人。
C2:（全員挙手）
T3:こういう形って、特別名前がついていたと思うんだけど、なんて言ったかな。
C4:合同な図形。
T5:合同な図形って、どんな意味だっけ。
A6:重ねたときにぴったりと重なる図形のこと。
C7:(そういうことか。合同条件のことかと思った。)
T8:㋒と㋓を見たときに、形が同じだと思いますか。先に言っておきますが、同じ形と言っても間違えではないし、同じ形じゃないと言っても間違いではないです。理由が大切。
C9:（生徒思考）
T10:同じ形だと思う人。C:（半数挙手）
11T:同じ形ではないと思う人。（半数挙手）
T12:同じ形だと思った人はなぜ同じ形だと思いましたか。
C13:角の大きさはすべて90度で、横の辺がどちらも長いから。
T14:同じ形ではないと思った人は、なぜですか。
C15:㋓が拡大した図形かと思ったけど、辺の長さの割合が、2：4 と 3：7 で違っているから。
T16:拡大図っていう言葉が出たけど、小学校のときに出てきたよね。どんな意味だっけ？この中に拡大図ってある？
C17:㋑は㋐の２倍の拡大図。
C18:㋒の縦の辺が 1.5 倍で、横を 1.5 倍したら6になって、7にならないから。

【資料４】抽出生徒Ａの振り返り

相似比の特徴が少しずつ分かってきました。合同な図形は相似な図形の仲間だと思うので、合同条件があるように、相似になる条件もあるのかなと思いました。

大図の定義を想起していることが分かる。ここで、生徒の考えを基にして、この単元では拡大図や縮図を同じ形として捉えていくことを確認し、相似な図形を定義した（C19）。

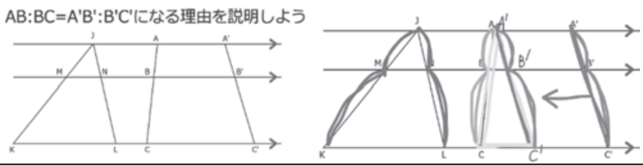
このように、生徒が新たな概念を創造することができるように意図して問題を提示し（手立て②）、「なぜ同じ形だと思いましたか」と発問することで（手立て③）、生徒は既習事項を想起しながら新たな概念を創造することができたのではないかと考えらえる。生徒Ａの振り返りからも、生徒Ａが既習事項と関連付けて新たな概念を創造していることが分かる（【資料４】）。

（３）第８時　平行線と線分の比の性質を見つけて証明する

第８時では、平行線に挟まれた線分の比を調べる場を設定した。初めに数学的な考え方を働かせながら解決することを意図して、問題を提示し（【資料５の左】手立て②）T22「理由を考えてみましょう」（手立て③）と発問した。資料５の問題は、既習事項と関連付けて考えられるよう、意図的に自作した問題である。C26 からは C26 が解決可能な形に帰着して考えていることが分かる。

このように、第８時においても、数学的な考え方を働かせながら解決することを意図して、問題を提示し（手立て②）、T22「理由を考えてみましょう」（手立て③）と発問したことで、生徒は発展的に考え解決可能な形に帰着して性質を見出すことができたと考えらえる。【資料７】からは、生徒Ａがこれまでの学習と本時の学習を切り離して捉えるのではなく、互いに関連付けてとらえようとしていることが分かる。

【資料５】問題提示と生徒 C37 の考え



【資料６】第８時　授業記録

〈前略　　性質の確認と適応問題〉
T20：今日はもう少し条件を変えて、形が変わったときにどんなことが言えそうか考えてみましょう。平行線は変えずに、台形みたいな形にします。パッと見て、比が等しいと思うところはありますか？
C21：　AB：BC＝A′B′：B′C′になると思います。
T22：では、そうなる理由を考えてみましょう。
C23：（生徒思考）
T24：たくさんの気付きがあるけど、紹介しきれないので、図形を見合いながら話し合ってみましょう。
C25：（グループでの対話）
C26：線を平行移動していくと、今までに考えていた図形と同じように考えられるので、AB：BC＝A′B′：B′C′になると思います。
T27：前に考えた形と同じ形に直して考えたんだね。
〈後略　証明の確認　等式変形による証明〉

【資料７】抽出生徒Ａの振り返り

今までに考えてきたことが、別の証明にも使えることが分かりました。

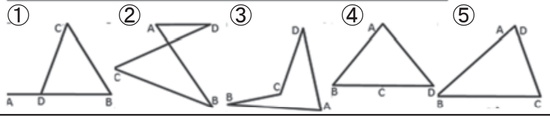
（４）第 11 時　一般の四角形のもつ性質について、中点連結定理を用いて考察する

【資料８】抽出生徒Ａの前時の振り返り

平行四辺形ができると分かり驚きました。形が変わっても成り立つのか気になりました。また、相似な図形の面積は、どのような関係になるのか不思議に思いました。

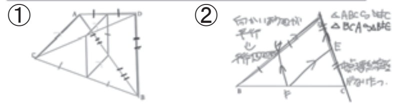
【資料９】４点を結んでできる図形①～⑤

①　②　③　④　⑤



【資料 10】生徒の考え①②の考え

①　②



第11時では、中点連結定理を用いて、一般の四角形のもつ性質を考察する場を設定した。【資料８】「形が変わっても成り立つのか」からは、生徒Ａが発展的に図形の性質を考察しようと考えていることが分かる。これを受けて本時では、「四角形」の部分を「４点を結んでできる図形」というように条件を変えて提示した（手立て②【資料９の①～⑤】）。そして、各辺の中点を結んでも平行四辺形になると思うか予想した後、個々で追究する場を設定した。

生徒は、各辺の中点を結び、平行四辺形ができることを確認することができた。生徒が書き込んだ図形を提示した後、黒板にも中点を結んだ図形を提示した（【資料11】C29,T30）。そして、演繹的な考え方が働くように、T31「理由を考えてみましょう」と発問した（手立て③）。生徒らは、なかなか相似な図形を見出すことができなかったため、C33を意図的に指名した（【資料12の①】）。C33「ここ（AC）に線を引くと、平行みたいに見えて」からは、C33が補助線をかき加えることによって、既習事項が使えないかと、帰着もしくは類推的に考えていることが分かる。生徒らは、この考えをヒントにして引き続き追究した。A36からは、A36が既習事項を活用して、演繹的に説明していることが分かる。さらにA38からは、類推的に考えていることが分かる。

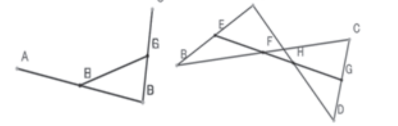
【資料11】第１１時　授業記録

〈前略　前時の振り返りと追究する図形〉

T28:結んでくれた人はいますか？
C29:（図形を投影）T30:（掲示物を提示）
T31:（以降同様に中点を結んだ図形を確認）
パッと見てなる、ではなくて前回と同じように理由を考えてみましょう。
C32:（生徒思考）
C33:【資料19】の①、ここ（AC）に線を引くと、平行みたいに見えて、どちらも中点（それぞれABとCBの中点）で、相似になるから平行って分かると思う。
T34:２つの三角形を抜き出して考えてくれたね。確かに、相似な図形だといえるから、中点連結定理を使って、平行だということがいえるね。他の図形についても同じように考えられない？
C35:（生徒思考）
A36:②ここの三角形（△ABC）と、ここの三角形（△EFC）が、相似になるんじゃないかなって考えると、中点連結定理を使うと、ここの辺とここの辺（ABとEF）が平行だってことが証明できて…
T37:まず今の説明分かったかな。
A38:次に、△BCAと△BFGも同じように相似だと説明できるので、２カ所、平行になることが説明できたので、この四角形（四角形AGFE）は平行四辺形だと思います。　〈中略　証明〉
T39:いつでも平行四辺形になりそうかな。
C40:（生徒思考）
T41:ならない場合ある？
C42:直線になったり、V字になったりする。
T43:ならない場合もあるんだね。　〈後略〉

終末には、予想からの変容を確かめるため、T39「いつでも平行四辺形になりそうかな」と発問し、確かめるために作図ソフトを配付した（手立て②）。C42からは、点を取る位置によって、平行四辺形ができない場合があることに気付いていることが分かる（【資料12】）。

【資料12】平行四辺形にならない例



このように、自作教材を提示し、平行四辺形ができる理由を問い返すことで、生徒は、四角形のもつ性質について類推的・発展的に追究し、演繹的に説明することができた。

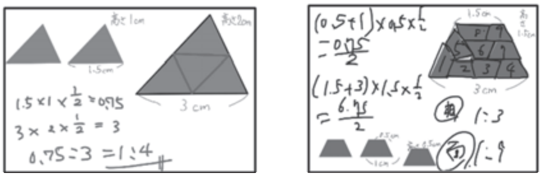
（５）第17時　相似な図形の面積の比について考察する

初めに、相似な三角形を提示して相似比を確認し、面積の比について予想した後、解決の方法について見通す場を設定した（【資料14】のT44）。C45、C47からは、生徒が様々な解決方法を考

えていることが分かる。そこで、図形の移動、回転、敷き詰めができる教材を配付した（T48, 手立て②）。【資料 13】の左図や C51,C53,A55 からは、生徒が図形の操作や計算によって、相似な図形の面積の比を求めていることが分かる。ここで、発展的・帰納的な考え方が働くように、T56「どうしたらきまりがみえてくるかな」と発問した。C57,C59 からは、いくつかのデータを集め、帰納的に性質を見出そうとしていることが推察される。その後、生徒は同様にして図形の操作と計算によって相似な台形の面積の比を求めることができた（【資料 13】の右図）。次に、帰納的な考え方によって面積の比の性質を予想することができるように、T60「この結果から気付いたことはありますか」と発問した。C61 からは、得られたデータを基にして帰納的に性質を予想していることが分かる。そこで、演繹的に考え、予想したことを性質として結論付けることができるように、T62「いつでも 2 乗になっていると言い切るにはどうすればいいかな」と発問した（手立て③）。C64 からは、文字を使って一般化することで、演繹的に説明することができるのではないかと考えていることが分かる。その後、実際の長さが分かっている場合と、文字に置き換えた場合とを対比させながら文字を使って一般化することができた。【資料 15】からは、見出した性質を使って新たな問題に積極的に向き合おうとしていることが分かる。

【資料 13】本時で扱った教材と生徒の考え

生徒Ａ　　他の生徒



【資料 14】第１７時　授業記録

T44:どうしたら面積の比が調べられるかな？
C45:面積を求めて比にすればいい。
T46:確かに、計算して求めることもできるね。
C47:三角形を大きい三角形に敷き詰めていけばいい。
T48:なるほど、大きい三角形が小さい三角形の何個分になるのか調べてみればわかるね。スクールタクトを準備しましょう。C49:（生徒思考）
T50:何枚敷き詰められたかな？　C51:4 枚です。
T52:では、面積の比は何：何かな？
C53:　1:4 だと思います。　T54:計算した人？
A55:小さい方は 1.5×1×1/2 で 0.75。大きい方は 3×2×1/2 で 3 になるので、面積の比は、1:4 になる。
T56:とりあえず、この三角形の面積の比は 1:3 になることが分かったけど、まだきまりがみえてこないね。どうしたらきまりがみえてくるかな。
C57:形とか条件を変えて調べてみる。
T58:例えばどのように変えて調べるといいかな。
C59:別の三角形で調べたり、四角形で調べたりしてみる。〈中略　相似な台形の面積の比の追究〉
T60:この結果から気付いたことはありますか？
C61:相似比を 2 乗した数が面積の比になっている。
T62:でもまだ予想だもんね。いつでも 2 乗になっていると言い切るにはどうすればいいかな。形を変えながらすべての場合を調べきれるかな
C63:（それは無理）
C64:文字を使って規則性を調べればいい。
T65:今までにも、文字を使ってすべての場合について調べたことがあったね。では、長さを文字に置き換えて調べてみましょう。〈後略　証明〉

【資料 15】抽出生徒Ａの振り返り

相似比が１：k であれば、面積の比は１：k^2になることが分かりました。相似比が分かっていれば、片方の面積が分からなくても計算で求められそうです。

このように、図形の移動、回転、敷き詰めができる教材を配付し（手立て②）、T62「いつでも 2 乗になっていると言い切るにはどうすればいいかな」と発問することで、生徒は、発展的・帰

納的・演繹的な考え方といった数学的な見方・考え方を働かせて相似な図形の面積の比の性質を見出すことができた。

３　研究の成果と課題　〜手立ての有効性と深い学びの具体について〜

（１）手立て①〜③について

手立て①　数学的な見方・考え方や深い学びを位置づけた単元を構想する

　生徒が本時で働かせる「数学的な見方・考え方」は何かを具体的な姿で想定し、単元計画の表にまとめたことで（手立て①)、生徒の実態を捉えながら効果的に手立て②③を講じることができた。

手立て②　教材や教具、問題の提示の仕方を工夫する

　導入では、方眼紙にかかれた図形を提示し、「同じ形といえるか」「何をもって同じ形と考えるか」を話し合う場を設定したことで（手立て②)、生徒は既習事項を想起しながらそれらを関連付けて新たな概念を創造することができた（C15,18)。さらに平行線と線分の比の性質や相似な図形の面積の比などについて調べていく場では、Ipad のスクールタクトを活用したことで（手立て②)、図形の操作や考えを共有することが容易になり、生徒が主体的に考察することができた（C26 など)。また、スクールタクトを使って問題を提示したり、作図ソフトを使用したりすることで（手立て②)、生徒は、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解決することができた（C42,C51 など)。

手立て③　学びが深まるように発問を工夫する

　図形の性質を見出す場面において、「気付いたことはありますか」「どうすれば調べられるか」「条件が変わっても成り立つか」「なぜ成り立つと言い切れるのか」などと発問したことで（手立て③)、生徒は類推的（C26,A38)・発展的（【資料８】)・帰納的（C57,C59,C61)・演繹的（A36 など）な考え方といった、数学的な見方・考え方を働かせて問題を解決することができた。

（２）抽出生徒Ａの変容について

【資料 16】抽出生徒Ａの単元の振り返り

　数学の、前に使った考え方で考えてみるという視点をもつことが大事だとこの単元でよく分かりました。例えば、平行四辺形の性質や平行線の性質（錯角や同位角が等しい）などという、新しいことだけでなく、振り返ってみると簡単にわかりやすく説明できると思いました。

　「図形の学習は少し嫌い」と答えていた生徒Ａは、単元後のアンケートで「前までは、あまり図形の学習が好きではなかったけど、できるようになってきたので少し好きになりました」と答えており、図形の学習に対する態度が変容したことが分かる。また、【資料 16】からは、生徒Ａが数学的な見方・考え方を働かせて考察し続けることにより、図形の性質を関連付けて捉えられるようになっていることが分かる。「振り返ってみると簡単にわかりやすく説明できる」からは、単元を越えた学びのつながりを捉え、他単元の知識・技能を関連付けていることが分かる。単元の終末に見られた生徒Ａのこのような姿は、まさに数学的な見方・考え方を働かせながら学びを深める姿に迫る姿であり、本研究の手立ての有効性を表しているのではなかと考えられる。

（３）研究の課題

　上述したような成果が得られた一方で、中点連結定理を使って四角形のもつ性質を説明する場では、詳細に説明するあまり、簡潔・明瞭に示すという数学の本質に反してしまう姿も見られたため、指導法に改善の余地があると考えられた。