イプシロン　2022. Vol.64，109 － 118

高等学校数学科における「行間を読む・補う」という学習方略・態度の指導

愛知教育大学 教職大学院　**中　條　俊　希**

１　問題の所在と研究の目的

教職大学院・高等学校実習の授業観察で，生徒同士の教え合い活動を観察した際，ある生徒の「ここの式変形はなぜこうなるのか」という問いかけに，別の生徒が「分からないけど，普通に計算したらこうなるよ」と返す場面があった。生徒の問題解決の様子を観察すると，数学的な根拠・理由に基づく式変形や公式適用をする生徒が少ないことを痛感した。また，「解説に書かれていることの意味が分からない」と，演習問題の質問をする生徒も多い。「自力で解くことができない問題」には，教科書や問題集の解説などを活用して，その困難を克服する必要があるが，解説には，その解法に至る発想や解法を導く際の推論・式変形の根拠が全て書いてあるわけではないし，常に解説を解説してくれる教師がいるわけでもない。とすれば，「解説に書かれていることの意味が分からない」という生徒（が自力で解説を読み解くことができるようになるために）は，教科書や問題集の解法の背景にある数学的な知識を振り返り，解説・解法の行間を補う学習方略を身につけることが重要であると筆者は考えるのである。

一方，中央教育審議会の答申(平成 28 年 12 月)には，全国学力・学習状況調査の結果を踏まえて，我が国の子どもたちが抱える課題の一つとして，「判断の根拠や理由を明確にしながら自分の考えを述べること」が挙げられている。高等学校学習指導要領解説理数編(平成 30 年告示)にも，「思考の過程や判断の根拠を明確に説明すること」の重要性が随所に記述されている。その意味では，先述の個人的経験に基づく課題意識は，より広い国家カリキュラム策定レベルで意識されている課題が，特定の文脈で具体的に現れた結果とみることもできるだろう。

中教審答申や『高等学校学習指導要領解説』における数学科の目標の解説を踏まえて，筆者の最初の課題意識をより明確に述べるなら，それは次のようになるだろう。つまり，高等学校数学科において，式変形や問題解決を行う過程，様々な数学的主張をする過程，さらにはそれらの解説を読む際に，その推論の過程や主張の背後にある根拠をできるだけ明確にしようとする，あるいは，明確にしようとしながら読むこと（後述するように，本稿ではそうした活動を「解説・解法の行間を読む・補う」と呼ぶことにする）が重要ではないか，と考えられるのである。

こうした背景と問題意識を踏まえ，本研究では，生徒が，学習を進める上で教科書や問題集の解法の背景にある数学的な知識を振り返り，解説・解法の行間を補うことで，式変形や主張の根拠を明確にしようとする態度や学習方略を身につけることができるような指導の在り方について検討することを目的とする。

２　「行間を読む・補う」とは

前章では，個人的経験から，「行間を読む・補う」という活動を漠然と規定したが，ここでは改めて，その種の活動がどのような性質や具体例を持つかなどを，簡単に考察しておく。

高松(2009)は，国語教育の視点から「行間を読む力」に関して，「『行間が読めない』とは，主として送り手の論理の省略を，受け手が補うことができない状態のことだと考えられる。その原因としては，受け手が論理的思考力（推論する能力）に欠けていることがあげられる」(p.57)と述べている。この指摘を踏まえると，高校数学で「行間を読む・補う」ためには，教科書や問題集の解説で，計算過程や既習事項が省略されている説明に対し，「(書き手の推論等の）省略に気づく」ことが重要であるし，その気づき（省略）に対して「数学的な根拠・理由を補い」論理的に考えることが必要になると考える。例えば，より身近な「行間を読む・補う」活動として，問題集の解答にある式変形の途中式の省略に気づき，その根拠を補足する活動が考えられるだろう。また，具体的な問題を解いた後に問題集の解答と自身の解答を比較する場面では，それらの「解答等の背景となった数学的知識を明確にする」活動も重要だと考えられる。

このように，「行間を読む・補う」活動には，多種多様なものが考えられるが，上記の高松(2009)の指摘を踏まえるだけでも，「(書き手の推論等の）省略に気づく」「(その省略に対して）数学的な根拠・理由を補う」「解答等の背景となった数学的知識を明確にする」といった具体的な場面や性質が浮かび上がってくる。そこで本研究では，研究を焦点化するため，「教科書の例題解説や問題集の解法で省略されている説明や式変形過程の根拠や理由を，既習の数学的な知識から明らかにする活動」や「生徒自身が解答を作る際に，形式的な操作ではなく，既習の数学的な知識に基づいて考え，自身の解答に対して改めて根拠を述べる活動」などを「行間を読む・補う」活動の典型例と捉え，他の類似の活動を探索的に発掘していくことで，どのような場面で，そうした活動や思考が必要になるか，また，そうした場面ではどのような指導が有効かを検討していくこととする。

３　生徒の実態

３．１　アンケート調査の目的と方法

本研究では，基本的な式変形に対し「行間を読む・補う」ことがどれほどできているのか，また，どのような事実・法則等を根拠としているのかの実態の把握を目的に，令和３年 10 月に調査１を実施した。また，解決に際してより一般的な数学的根拠が必要となるよう問題を改編し，４ヶ月ほど期間を空けて（令和４年１月頃）調査２を実施した。調査対象は，調査１では，実習校の１年生 76 名，２年生 110 名，３年生 106 名の合計 292 名であったが，調査２では，大学入学試験準備の関係上，３年生を除く１年生 75 名，２年生 117 名の合計 192 名であった。

３．２　アンケート調査の内容

調査１：質問項目は以下の通りである。尚，問１・問２は各記述式，問３は４段階の尺度段階を設けた選択式で質問をした。

問１：「$(2x^2)^3$」の計算を，あなたがどのように計算していったのか分かるよう、式変形の過程をできるだけ詳しく書き，計算してください。

問２：問１で式変形を行った箇所に，理由・根拠を付け足す形で，言葉で説明してください。

問３： (1) 数学を学習する上で，問２のような式変形の理由や根拠を考えることが必要だと考えますか。

(2) 上記で「あてはまる」または「ややあてはまる」を選択した方にお聞きします。数学を学習する中で，実際に式変形の理由や根拠を考えることができていますか。

(3) 数学の教科書や問題集の解答や解説をみても，自分の力だけでは理解できないことがありますか。

調査２：質問項目は以下の通りである。尚，問１・問２共に記述式で質問をした。

問１：「$(2x^m)^n$」の計算を，あなたがどのように計算していったのか分かるよう、式変形の過程をできるだけ詳しく書き，計算してください。

問２：問１で式変形を行った箇所に，理由・根拠を付け足す形で，言葉で説明してください。

３．３　調査結果及び分析

３．３．１　調査１について

〈問１・問２〉

記述式アンケートを分析するにあたり，式変形の理由・根拠のレベルを以下のように設定した。

レベル４：一般化された数学的法則・規則を基に，式変形を行っている記述がみられる。

レベル３：式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが，文字式のような形で一般化されておらず，言語表現を含む記述がみられる。

レベル２：指数を乗法に分解することによって説明されている。

レベル１：式変形の数学的な根拠・理由が示されていない。

表１　式変形の理由・根拠レベルの調査結果 (n=292)

学年	レベル４	レベル３	レベル２	レベル１
１年生 (n=76)	1	8	54	13
２年生 (n=110)	0	18	65	27
３年生 (n=106)	5	20	63	18
計	6(2.1%)	46(15.7%)	182(62.3%)	58(19.9%)

また，学年別の集計結果を示すと上の表１のようになった。レベル４の記述が僅かであることから，より一般化的な数学的知識（今回では指数法則）によって式変形の理由を述べることができる生徒は少ないことが明らかになった。一方で，乗法に分解することで容易に解決できるという問題の性質上「生徒には（指数法則という）数学的知識が定着していない」と断定することは難しい。

〈問３〉

本項目の目的は，「行間を読む・補う」ことに関する生徒の意識を調査するためである。

(1)に対する解答分布(n=290)は，１（あてはまる）が 115 名(39.7%)，２（ややあてはまる）が 128 名(44.1%)，３（あまりあてはまらない）が 38 名(13.1%)，４（あてはまらない）が 9 名(3.1%)であった。また，(1)に対して１及び２を解答した生徒(n=243)に対して聞いた(2)に対する回答は，１（いつもできている）が 21 名(8.6%)，２（時々できている）が 101 名(41.6%)，３（あまりできていない）が 101 名(41.6%)，４（できていない）が 20 名(8.2%)であった。さらに，(3)の回答については，(2)の結果とのクロス集計を行った（表２）。

表２　質問項目(2),(3)のクロス集計結果

		(3)解答･解説の理解				
		よくある	時々ある	あまりない	殆どない	計
(2)理由・根拠	いつもできている 時々できている	30	65	21	6	122
	あまりできていない できていない	47	64	10	0	121
	計	77 (31.7%)	129 (53.1%)	31 (12.8%)	6 (2.4%)	243

(1)の結果をみると，式変形の理由や根拠を考えることの必要性に関して，243 名(83.8%)の生徒が肯定的な回答をしていることが分かる。しかし，その中の 121 名(49.8%)の生徒が実際に考えることができていない，或いはあまりできていないと回答した。「行間を読む・補う」ことの必要性を感じているが，実際に考えることができていない生徒が半数程度いることが明らかになった。また，(2)，(3)のクロス集計結果から，数学を学習する中で，式変形の理由や根拠を考えるかどうかに関わらず，一人で数学を学習する際に解答の意図が理解できず，困難を抱えている生徒は多くいることも明らかになった。

３．３．２　調査２について

記述式アンケートを分析するにあたり，式変形の理由・根拠のレベルを以下のように設定した。

レベル４：一般化された数学的法則・規則を基に，式変形を行っている記述がみられる。

レベル３：式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが，文字式のような形で一般化されておらず，言語表現を含む記述がみられる。

レベル２’：文字で表されている部分を具体的な数で置き換えて説明している。

レベル１：式変形の数学的な根拠・理由が示されていない。

学年別の集計結果を示すと次の表３のようになった。これより，レベル４の記述がみられた生徒は，全体の９名(4.7%)と大変低く，今回出題した問題に関しては指数法則といった数学的知識が一般的な形で生徒に定着していないと言える。また，問題の正答率が 38.5%と低い結果を示した。全体の生徒のうち 103 名(53.6%)が，根拠を示すことができていないレベル１の記述となったことは，正答率の低さにも起因していると考える。

表３　式変形の理由・根拠レベルの調査結果 (n=192)

学年	レベル４	レベル３	レベル２	レベル１
１年生	1	19	8	47
２年生	8	42	11	56
計	9 (4.7%)	61 (31.8%)	19 (9.9%)	103 (53.6%)

３．３．３　調査２の質的分析

さらに，調査結果から具体的な教授の示唆を得るため，レベル３，２の解答に関して質的分析を行った。レベル３の解答を次の３種類に，レベル２の解答を次の２種類に分類した。

レベル３　(a) 乗法に分けて考えている。

(b) 曖昧な言語表現によって説明されており，数学的な規則を根拠として示すことができていない。式変形の理由として明らかに言葉不足である。

(c) 矢印などの記号を用いて説明している。

レベル２　(A) 数に置き換えることで，指数法則を導き出している。

(B) 文字を数に置き換え，その後文字を代入している

質的分析の結果と内訳は次の表４のようになる。なお，誤答の分類・分析は次節にて述べることとする。

表４　Lv.3 と Lv.2 の解答の分類 (n=80)

	解答の分類	正解者	不正解者					計
			ア	イ	ウ	エ	オ	
Lv.3	a	10	2	7	0	0	1	20
	b	20	0	14	1	0	1	36
	c	5	0	0	0	0	0	5
Lv.2	A	3	0	2	0	0	0	5
	B	7	1	4	2	0	0	14

レベル３の質的分析から，分類 b が 36 名と一番多く，式変形に必要な数学的知識が欠けていたり，適切ではない知識を参照したりすることで，多くの誤答を引き起こすことが明らかになっ

た。また，レベル2の質的分析から，具体的な数で置き換えたとしても，規則や法則が曖昧であると正解へたどり着けないことが明らかになった。

また，本調査対象者192名のうち120名が誤答であった。記述内容から，誤答を下記の5種類に分類した（角括弧内は人数）。なお，これらの誤答に対応した具体的な指導は次章で述べる。

(ア)　$(a^m)^n = a^{mn}$の誤理解やミス（例えば，$(a^m)^n = a^{m+n}$など）［9名］

(イ)　$(ab)^n = a^n b^n$の誤理解やミス（例えば，$(ab)^n = ab^n$など）［63名］

(ウ)　$(a^m)^n = a^{mn}$，$(ab)^n = a^n b^n$の両方に関する誤理解やミス［14名］

(エ) 指数とかけ算が混同している（例えば，$(a^m)^n = na^m$など）［10名］

(オ) 無解答［24名］

4　指導に関する議論

4．1　生徒の解答に応じた指導の整理

アンケート調査によって，根拠となる記述のレベルや誤答の傾向といった，生徒の実態を把握することができた。この結果を踏まえ，それぞれの記述レベルや誤答に対応した指導を検討し，整理する。それぞれの解答者の育成したい力と，対応する指導は表5に示す。

表5　生徒の解答に対応した指導

生徒の解答		育成したい力	具体的な指導
Lv.3		式変形の根拠をより明確･適切に言語化する力	教科書や問題集の公式集を参照し，自分の解答に対し，数学的法則・規則を言語化して補う学習活動
Lv.2		数に置き換えた計算結果を一般化可能なものとする力	計算結果までの過程や，数の置換えから指数が文字の場合の計算結果にどのように結びつくのかを問い，生徒の思考の流れを整理する
誤答	アイウエ	行間を補うための数学的知識の定着	教科書や問題集の公式集を参照し，自分の解答や完成された解答に式変形の理由や根拠を補う学習活動
	オ	学習方略の基盤形成	授業の流れに沿って，学習方略が記されたフラッシュカードを提示する

4．2　教授方略の抽出

本稿では，「指数法則」に関する式変形を根拠に基づいて説明する力を育成するための教授方略を，生徒の実態を踏まえて，表5のように，かなり具体的に検討することができた。ただし，それらは，あまりに文脈と利用可能性が限定されているため，指導の流れを意識したより汎用的な教授方略の体系によって表5を補ったり，表5の指導をそうした体系の中に位置付けたりすることができないかも検討しておきたい。

本稿では，参考に出来ると思われる先行研究として，主張・証拠・理由づけから構成されるアーギュメントを構成するための教授方略を検討している坂本・山口他(2014)の研究を利用する。坂本・山口他は教授方略を，授業の準備段階である「学習課題への配慮」と実施段階である「授

業中の支援」に大別し，教授方略を検討しているが，本研究では実施段階に焦点を当て，表６を補うことができそうな，次の表６にあるような６つの教授方略を抽出した（坂本・山口他の教授方略における「アーギュメント」は，「行間を読む･補う」に置換えている）。これらを，単元全体を通して活用し，生徒の態度・学習方略の育成を図っていくことにした。

表６　「行間を読む･補う」態度を育成する教授方略（授業中の支援）

(1)「行間を読む・補う」構造の説明	(2)「行間を読む・補う」必要性の提示
(3)「行間を読む・補う」態度の例示と批評	(4) 教師によるフィードバック
(5) 学習者の相互評価	(6) 学習者の記述例の議論

５　課題形式の記述調査

５．１　記述調査の目的と方法

本記述調査は，模範解答に対して，説明の省略に気づくことができるかどうか，また，省略された記述をどれほど補うことができるかどうか，これらの実態を把握することを目的に実施したものである。調査時期は，令和４年の９月から 10 月にかけてであり，調査対象は，実習校２年生 60 名（文系 20 名，理系 40 名）であった。

５．２　記述調査の内容

土日に取り組む週末課題として，計４回実施した。４回とも全て，問題の模範解答に対して，省略された説明や，式変形の根拠を補う課題である。質問項目は全て統一し，取り扱う問題内容のみ変更した。質問項目は以下の通りである。取り扱う問題内容は，指導中である「平面ベクトル（数学Ｂ)」とし，課題実施週の授業進度に合わせ構成した。

問１：次の問題に対する模範解答に対して，説明が省略されていてなぜこうなるのか分からない部分や，友人や下級生に教えるとき，このままだと分かりづらい部分に赤ペンで線を引いてください。

問２：線を引いた部分に対して，教科書やノートを参照して，記述の理由や根拠，計算過程を補ってください。

尚，第１回の結果を受け，表６で整理した教授方略の「(３)『行間を読む・補う』態度の例示と批評」を取り入れた。第２回の課題配付時に，解答に根拠や説明を補う様子を実際にやってみせ，記述の省略に気づくための視点を共有するデモンストレーションを全クラスで実施した。

５．３　調査結果及び分析

〈問１〉

問１では，解答の説明の省略に気づき，適切な箇所に下線や矢印を引くことができているかどうか調査をした。集計結果を示すと次の表７のようになる。括弧内は未提出者を除いた割合と

なっている。第１回では省略に気づき，下線を引けている生徒が 10 名(16%)と少ないのに対し，デモンストレーション後の第２回では 55 名(100%)の全員が，説明の省略に気づくことができている。第３回，第４回では多少減少したものの，７割以上の生徒が説明の省略に気づくことができている。このことから，例示を行うことが，説明の省略に気づくための視点の育成に有効であることが明らかになった。

表７　問１における省略部分に下線が引けているかどうかの調査結果 (n=60)

	引けている	引けていない	未提出
第１回	10 (16%)	40 (84%)	10
第２回	55 (100%)	0 (0%)	5
第３回	41 (77.4%)	12 (22.6%)	7
第４回	34 (75.6%)	11 (24.4%)	15

〈問２〉

記述の内容を分析するにあたり，補う記述のレベルを以下の３段階に設定した。

レベル３：参照した教科書の該当ページが書かれており，正確な根拠を補うことができている。
レベル２：適切な根拠を補うことができている，式変形を辿ることができている。
レベル１：適切な根拠を補うことができていない

集計結果を示すと次の表８のようになった。括弧内は未提出者を除いた割合となっている。

表８　問２における解答の省略を補う記述レベルの調査結果 (n=60)

	レベル３	レベル２	レベル１	無解答	未提出
第１回	0 (0%)	5 (10.0%)	8 (16.0%)	37 (74.0%)	10
第２回	34 (61.8%)	8 (14.6%)	12 (21.8%)	1 (1.8%)	5
第３回	23 (43.4%)	16 (30.2%)	13 (24.5%)	1 (1.9%)	7
第４回	15 (33.3%)	14 (31.1%)	11 (24.5%)	5 (11.1%)	15

これより，第１回では無解答の生徒が 37 名(74.0%)であるのに対し，デモンストレーション後の第２回では，無解答の生徒は１名(1.8%)と減少，レベル３の生徒が 34 名(61.8%)と大きく増加し，デモンストレーションによって，より高いレベルの記述が可能となっていることが分かる。また，第３回，第４回では，レベル３の記述をしている生徒の割合は減ったものの，レベル３，レベル２の記述が半数以上を占めており，より適切な根拠を補う点においてもデモンストレーションが有効であることが明らかになった。レベル３の割合が減ったことは，取り扱う問題の

難易度の違いに依るものであると考える。難易度が高いほど，読み解く解答の内容も高くなり，より適切な記述ができる生徒が減少したと考察する。

６　授業実践

６．１　授業の目的と概要

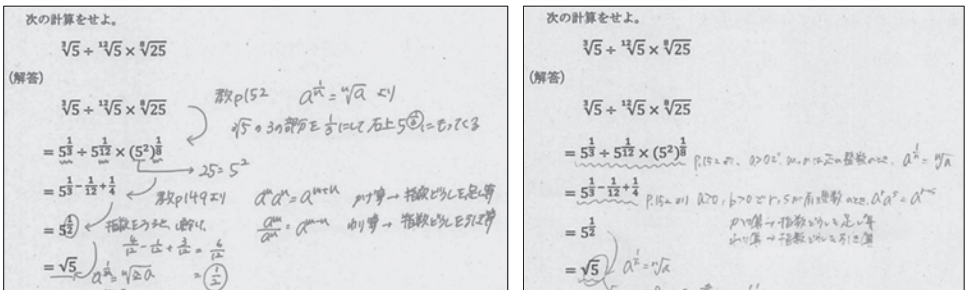
授業実践は，実習校の高校２年生（５章の記述式課題を実施した学級）を対象に，「指数関数と対数関数」の単元で行った。本授業では，数学を学習する上で解答解説を読み解く際，さらには，生徒自身が式変形や問題解決を行う際に，その推論の過程や主張の背後にある根拠をできるだけ明確にしようとする態度の育成を目的とした。また，本時の学習では，指数関数の演習問題に取り組む中で，教科書や問題集における解答で省略された数学的な根拠・理由を補う活動，及び，自分自身の解答に対して改めて根拠を述べる活動に重点を置いて指導した。なお，授業で取り扱った問題は，「問１　$3^6 \div 9^4 \times 3^5$」「問２　$\sqrt[3]{5} \div \sqrt[12]{5} \times \sqrt[8]{25}$」「問３　$4^{2n} \times 2^{-m} \div 8^n$（ただし m,n は有理数とする。）」の３題である。問１は既習事項の確認のため，導入部分で出題した。問２はワークシートに問題と模範解答の両方を載せ，解答で説明が省略されている部分を補う活動を行った。問３は模範解答を載せず，生徒自身が問題を解いた後に，自分自身の解答に対し改めて根拠を記述する活動を行った。

６．２　記述の分析

〈問２〉

式変形の根拠として問う数学的知識は，３章の調査１と同様，指数法則である。調査１では，レベル４が全体の2.1%であったのに対し，本授業では学級のほぼ全員がレベル４相等の，一般化された数学的法則・規則を基にした記述ができていた。また，教科書の該当ページも併せて記述することができている生徒も多く，教科書を辿ることで根拠を補っていることが分かる。

図１は本授業での生徒による記述である。尚，調査１と本授業は共に10月に実施している。



(a)　　　　　　　　　　(b)

図１　本授業（令和４年度実施）での記述

〈問３〉

問題の内容は，指数に文字が含まれる計算であり，３章の調査２と内容は同じである。こちらも問２と同様，ほぼ全員がレベル４相等の記述ができている。また，昨年度は問題の正答率が

38.5%と低い結果を示したのに対し，今回は 41 名中 40 名が正しい答えを導いていた。図 2 は本授業での生徒による記述である。これより，習慣的な課題が，模範解答や自分自身の解答の行間を，教科書を辿ることで補おうとする態度の基盤形成につながることが明らかになった。

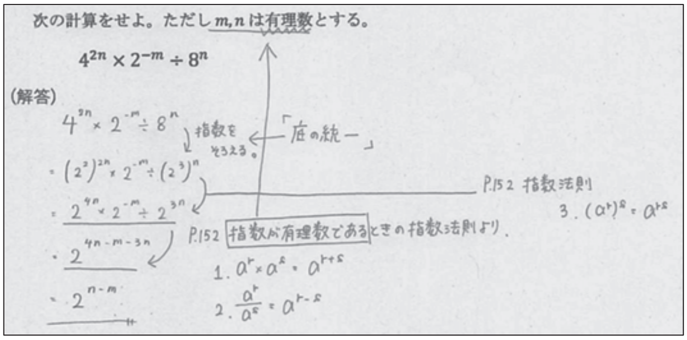


図 2　本授業（令和 4 年度実施）での記述

7　今後の課題と本研究の展望

アンケート調査と課題形式の記述調査から，行間を意識して式変形をしている生徒が少ない実態と，説明の省略に気づく視点の育成に，デモンストレーション，及び行間を埋める習慣的な課題が有効であることが明らかになった。模範解答に対して，説明の省略に気づき，より正確な根拠を明らかにしようとする態度をより定着させるために，有効な手段を検討していくことが今後の課題である。また，式変形の根拠をどの次元まで辿ればよいのか，定期試験や入試の記述問題においてはどこまで根拠を記述すべきであるのか，生徒に如何にして伝えるのか検討していくことも今後の課題とする。来年度以降，担当する生徒の実態に即した指導を行うことができるよう，継続的な授業実践と研究の検証を行っていく。

【引用・参考文献】

中央教育審議会(2016).『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf (2022.1.23 閲覧)

文部科学省(2019).『【数学編　理数編】高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説』.学校図書.

高松正毅(2009).「文章理解における『行間』と『論理』をめぐって」.『高崎経済大学論集』，第 52 巻，第 3 号，57-68.

坂本美紀・山口悦司・山本智一・村津啓太・稲垣成哲・神山真一・西垣順子(2014).「主張・証拠・理由づけから構成されるアーギュメントの教授方略のデザイン研究：小学校第 5 学年理科『振り子』における単元の改善」. 日本科学教育学会誌『科学教育研究』,第 53 巻，第 2 号，54-64.